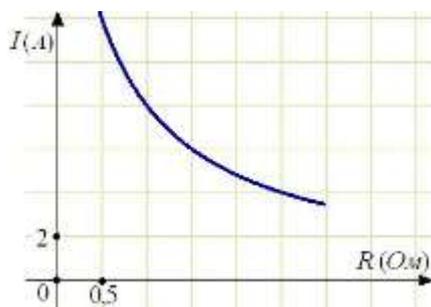


ВАРИАНТ 1

1) Для покраски 1 кв. м потолка требуется 240 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 50 кв. м?

2) Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

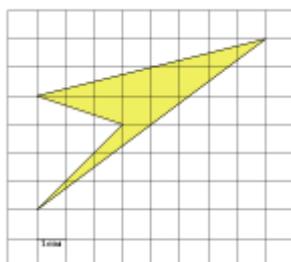


3) Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 500 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

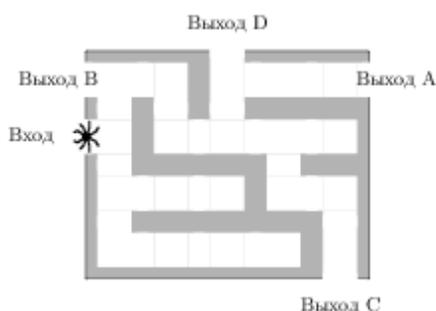
Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	7	3700
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3200

Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 19 рублей за литр, бензина — 22 рублей за литр, газа — 14 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

4) Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

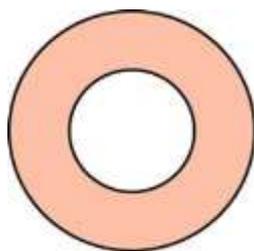


5) На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .

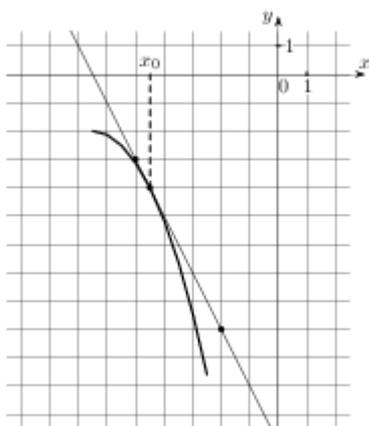


6) Найдите корень уравнения $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

7) Найдите площадь кольца, ограниченного concentric circles, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.



8) На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

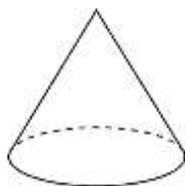


9) Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, B_1, C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=5, AD=3, AA_1=4$.

10) Найдите значение выражения: $\sqrt{754^2 - 304^2}$

11) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин², и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

12) Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



13) Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

14) Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7\operatorname{tg}x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

15) а) Решите уравнение $3^{1+2\operatorname{tg}3x} - 10 \cdot 3^{\operatorname{tg}3x} + 3 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

16) Найти площадь сечения прямоугольного параллелепипеда $A \dots D_1$, проходящего через середины M, N, L ребер AD, DC, CC_1 соответственно, если $AA_1 = 1, AB = 2, AD = 3$

17) Решите неравенство $1 + \log_{\frac{1}{4}}(\log_3(4-x)) > 0$

18) В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1 , причем $\angle CAA_1 = \angle CBB_1$.

а) Докажите, что $AC = BC$

б) Найдите длину AB_1 , если радиус описанной окружности вокруг четырехугольника ABA_1B_1 равен $\frac{9\sqrt{34}}{8}$, а $\sin \angle CAA_1 = \frac{8}{3\sqrt{34}}$

19) 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 % на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1 %), затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. На какое минимальное

количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

20) Найдите все значения параметра a , при котором функция $f(x) = 2|2|x| - a^2| - x + a$ имеет ровно 2 точки перемены знака.

21) Из первых 22 натуральных чисел выбрали $2k$ различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и посчитали суммы чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27.

а) Может ли получиться так, что сумма всех $2k$ выбранных чисел равняется 170 и в каждой паре одно из чисел ровно в три раза больше другого?

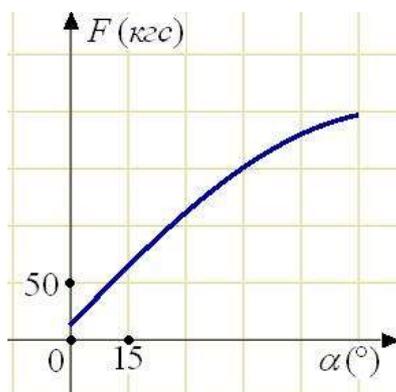
б) Может ли число k быть равным 11?

в) Найти наибольшее возможное значение k .

ВАРИАНТ 2

1) Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 22% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,1 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

2) В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



3) Для поездки длительностью 70 минут требуется заказать такси в одной из трёх фирм. В таблице приведены тарифы этих фирм.

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверхпродолжительности минимальной поездки
А	350 руб.	Нет	13 руб.
Б	Бесплатно	20 мин. — 300 руб.	19 руб.
В	180 руб.	10 мин. — 150 руб.	15 руб.

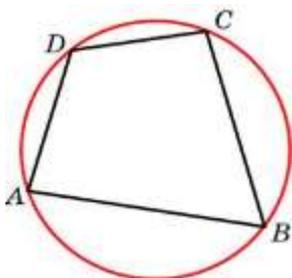
Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

4) Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Синус острого угла трапеции равен 0,8. Найдите боковую сторону.

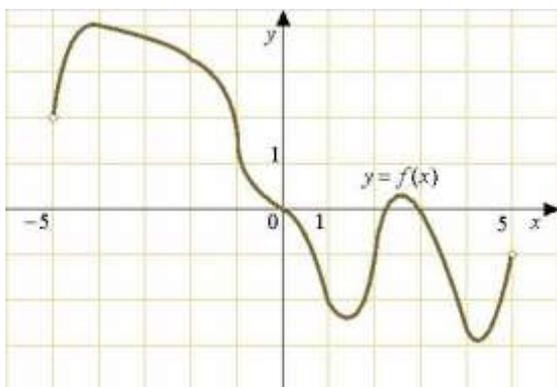
5) По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

6) Найдите корень уравнения $3^{\log_3(5x-5)} = 5$.

7) Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 29° и 57° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



8) На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

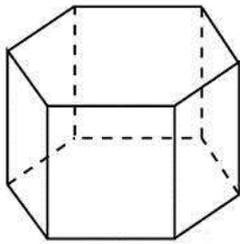


9) В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$, все ребра которой равны 3, найдите угол между прямыми AA_1 и BC_1 . Ответ дайте в градусах.

10) Найдите значение выражения $\frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ}$.

11) По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

12) Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.

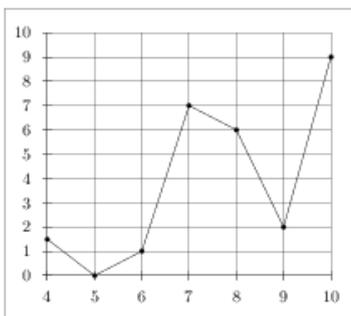


- 13) Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
- 14) Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 1}$.
- 15) а) Решите уравнение $\sqrt{(1 - \cos x)^2 + \sin^2 x} = 2 \sin \frac{x}{2}$
- б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$
- 16) Найти площадь сечения правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 6, плоскостью, проходящей через середины ребер A_1C_1 , CC_1 , AB .
- 17) Решите неравенство $2 \log_{0,5}(x - 2) - \log_{0,5}(x^2 - x - 2) \geq 1$
- 18) Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны BC и AC в точках D и E соответственно.
- а) Докажите, что треугольники ABC и DEC подобны.
- б) Найдите DE и радиус этой окружности, если площадь треугольника CDE в семь раз меньше площади четырёхугольника $ABDE$, $AB = 4$ и $\angle C = 45^\circ$.
- 19) 31 декабря 2014 года Леонид взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Леонид переводит очередной транш. Леонид выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 700 тыс. рублей; во второй 440 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Леониду?
- 20) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(\sin x - \log_4 a)(\sin x - 2 + 2a) = 0$ имеет ровно 2 решения на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$
- 21) Число S таково, что для любого представления S в виде суммы положительных слагаемых, каждое из которых не превосходит 1, эти слагаемые можно разделить на две группы так, что каждое слагаемое попадает только в одну группу и сумма слагаемых в каждой группе не превосходит 19.
- а) Может ли число S быть равным 38?
- б) Может ли число S быть больше 37,05?
- в) Найдите максимальное возможное значение S .

ВАРИАНТ 3

1) В доме, в котором живет Люда, 17 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Люда живет в квартире №80. В каком подъезде живет Люда?

2) На рисунке изображен график осадков в г.Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат— осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.

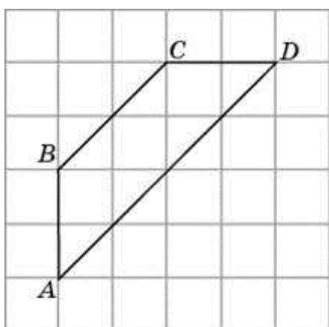


3) В трёх салонах сотовой связи один и тот же телефон продаётся в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа(руб.)
Эпсилон	20000	15	12	1620
Дельта	21000	10	6	3400
Омикрон	19000	20	12	1560

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты). В ответ запишите эту сумму в рублях.

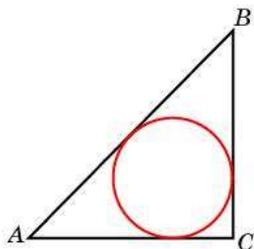
4) Найдите высоту трапеции $ABCD$, опущенную из вершины B , если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{2}$.



5) Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

6) Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

7) Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



8) На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



9) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AC_1 = 2BC$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.

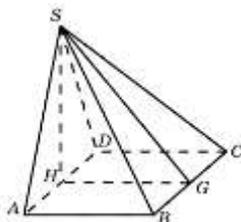
10) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4}$ при $a \neq 0$.

11) Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по

формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже,

видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

12) Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



13) Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

14) Найдите точку максимума функции $y = (x - 6)^2(x - 7) + 6$.

15) а) Решите уравнение $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$

16) В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 8, а боковые ребра – 6. Найти площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины ребер AA_1 , $C_1 D_1$ и BC .

17) Решите неравенство $\frac{\sqrt{x-5}}{\log_{\sqrt{2}}(x-4)-1} \geq 0$

18) Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его средней линии, параллельной стороне BC .

а) Доказать, что $AC + AB = 3BC$

б) Найти большую сторону треугольника ABC , если известно, что его площадь равна 36 и $BC = 9$.

19) У гражданина Петрова 1 августа 2000 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 1 августа он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 31 июля начислял 20% на сумму вклада. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже на 2200 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2200 рублей, а банк ежегодно начислял 44% на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

20) Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{2 \sin|x-a| + \sqrt{3}} = \cos 6x - 1$ имеет решения.

21) Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются.

Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.